

Matema10k

Matematik for hhx C-niveau

Arbejdsark til kapitlerne i bogen

De følgende sider er arbejdsark og opgaver som kan bruges som introduktion til mange af bogens kapitler og underemner. De kan bruges som en induktiv og eksperimenterende tilgang til emner, som supplement til en mere deduktiv gennemgang af stoffet.

Ved at lade eleverne arbejde undersøgende kan der forhåbentlig skabes en større motivation og glæde ved faget.

Som lærer er det vigtigt at være opmærksom på præcis hvad formålet med opgaverne er. Hvilke definitioner er det vigtigt at give eleverne før arbejdet og hvad skal de ikke have at vide på forhånd. På de næste to sider er angivet hvad den primære tanke med alle opgaverne er. Introduktionen til et emne skal planlægges nøje sammen med disse opgaver. Det vil være formålstjenstligt at kopiere en enkelt side af gangen til eleverne, når man starter på et nyt kapitel.

Mange af opgaverne lægger op til at inddrage et CAS-værktøj. Dog man nøjes med et program, der kan tegne grafer. Der er ikke lagt op til at bruge et bestemt program, så opgaverne skal måske suppleres med en guide til dette. Der er ikke lavet opgaver hvor eleverne skal eksperimentere med skydere. Det er forskelligt hvor nemt/svært det er at håndtere. Derfor tegnes grafer i stedet en ad gangen. Det tager lidt længere tid, men giver samme læring og mere træning i graftegning.

Der er ikke krav om at anvende CAS på C-niveauet. Min egen erfaring er dog at man kan skabe mange meningsfulde aktiviteter med alle elevtyper på C-niveauet med gode redskaber. Dertil kommer at de elever, der senere skal have B-niveau eller A-niveau er godt hjulpet af at starte med CAS helt fra starten.

Med venlig hilsen
Rasmus Axelsen

Til læreren:

Indhold i disse opgaver og formålet med disse.

Kapitel 1 – Grafer, variable og funktioner

De to opgaver kan bruges til at få elever til at tænke over hvordan man beskriver grafer. I første omgang skal de selv sætte ord på hvad de synes beskriver godt. Opgaverne er også gode til at bruge som motivation for at sætte præcise begreber på beskrivelsen af grafer og funktioner. Eleverne skal lære at man med præcise begreber får et bedre sprog sammen.

Kapitel 2 – Lineære funktioner

Opgaverne skal bygge bro fra de øvelser som laves i folkeskolen. Dels kan man som lærer afdække hvor meget forståelse de i forvejen har for lineære funktioner. Dels kan man motivere indførelsen af forskrifter man kan regne på. Til de bedste elever kan man også motivere at man skal kunne løse ligninger. For alle elever bør der være en genkendelse af lineære problemstillinger som de har set før.

Kapitel 3 – Andegradspolynomier

Øvelserne her kræver at eleverne har fået defineret et andetgradspolynomium. Hvis man ikke har defineret diskriminanten så kan de sidste opgaver springes over.

Meningen med opgaverne er at eleverne bliver fortrolige med et graftegningsprogram og selv erfarer hvad konstanterne betyder for parablens udseende.

– Polynomier af højere grad

I disse opgaver skal eleverne få en grafisk forståelse af polynomier af højere grad end to. De skal selv prøve at finde frem til resultater om ekstrema og nulpunkter for polynomierne. Opgaverne kræver at de er nogenlunde fortrolige med et graftegningsprogram.

Kapitel 4 – Omvendte funktioner

Opgaverne her kræver at eleverne er sikre i at regne med lineære funktioner og løse ligninger. Det er meningen at de via opgaverne skal motiveres til at ville bestemme omvendte funktioner i stedet for at løse ligninger. Den sidste opgave skal først tages sidst i forløbet for at se grafen for den omvendte funktion. Dette skal bruges når logaritmefunktionerne skal defineres.

Kapitel 6 – Eksponentielle funktioner

Disse opgaver skal give eleverne en forståelse af konstanternes betydning for grafens udseende.

Samtidigt skal eleverne opdage den konstante relative tilvækst.

– Fordoblingskonstant

Disse opgaver skal få eleverne til selv at formulere noget meningsfuldt om fordoblingskonstanter

Kapitel 7 – Potensfunktioner

Disse opgaver er tænkt til at eleverne skal betragte graferne for potensfunktioner og dels se hvor forskellige de er, men også til at prøve at se en sammenhæng. Man kan ud fra graferne motivere til at kun betragte potensfunktioner i første kvadrant – derfor indføres efterfølgende begrænsningen $x > 0$. Opgave 4 giver en stor aha-oplevelse for eleverne, at så forskellige grafer har en vigtig fælles egenskab.

Kapitel 9 – Rente- og annuitetsregning

Opgaverne her er ikke tænkt til lange beregninger, men til at motivere alt det eleverne senere kommer til at regne på. Lad eleverne huske svarene og vend tilbage når de har redskaberne til at regne efter.

De fleste elever er sikre i at bruge rentetilskrivningsformlen, derfor er opgave 1 medtaget. Selvom de ikke kan denne, så har de en god chance for at svare på denne opgave alligevel.

Svarene skulle gerne vise eleverne at det er vigtigt at kunne sige noget kvalificeret om renter

Kapitel 10 – Beskrivende statistik

Da eleverne har kendskab til statistik i forvejen, så skal denne opgave få eleverne til at formulere hvad de ved om statistik i forvejen. Det vigtigste er ikke beregninger men en viden/diskussion af hvad der er vigtigt at beregne og hvordan man præsenterer dem grafisk.

INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 1 – grafer, variable og funktioner

OPGAVE 1

Betragt følgende figur fra www.business.dk

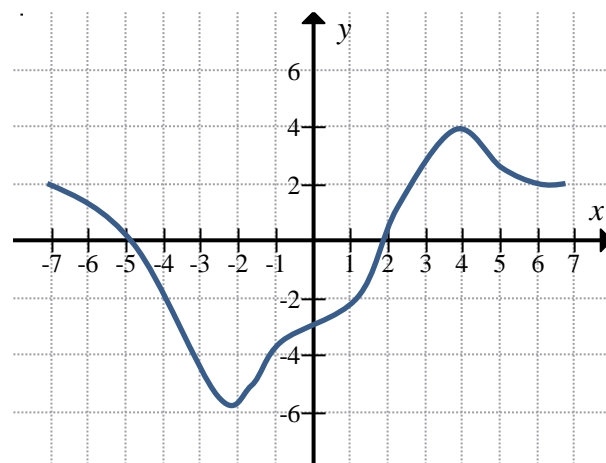


- Beskriv forløbet af grafen med egne ord
- Hvad er det vigtigste man kan læse ud fra grafen?
- For hvert af følgende udsagn: Afgør om udsagnet er korrekt, forkert eller meningsløst
 - grafen stiger hele tiden
 - grafen er både positiv og negativ
 - betalingsbalancen er mindst i 1985
 - grafen er pæn
 - grafen hænger sammen
 - grafen toppet flere steder
 - betalingsbalancen er under 100 mia hele tiden
 - udsvingene bliver større og større
 - tallene er næsten konstante i en periode og vokser derefter støt.

OPGAVE 2

Betragt grafen til højre.

- Hvordan kan man kort beskrive vigtige egenskaber for grafen – hvad vil men fremhæve?



INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 2 – lineære funktioner

OPGAVE 1

- a) Kan du finde et system i tallene i tabellerne nedenfor?
 b) Udfyld den sidste kolonne i hver tabel
 c) Beskriv en eventuel sammenhæng med en formel.
 for eksempel $y = 2x$ eller $y = -x + 5$ eller $y = 3x + 10$

x	2	3	4	5	6	7
y	5	6	7	8	9	

x	1	2	3	4	5	6
y	4	8	12	16	20	

x	-1	2	4	5	8	10
y	4	10	14	16	24	

OPGAVE 2

I tabellen er vist omsætningen for en virksomhed. Vi antager at der er et system i tallene som fortsætter.

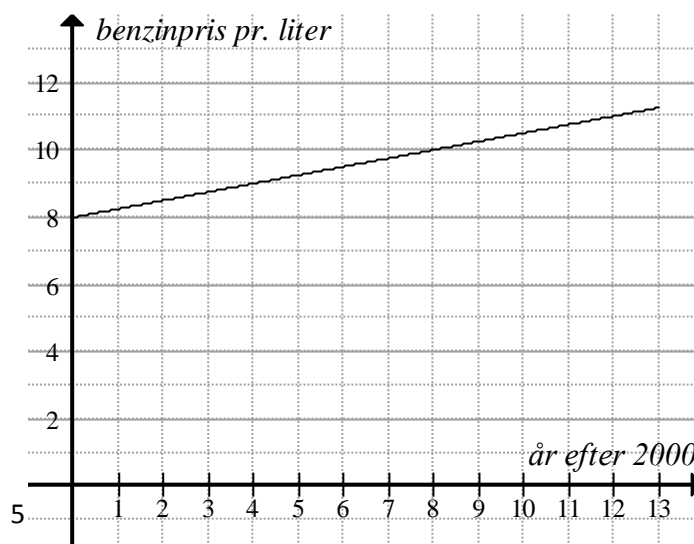
- a) Hvad tror du omsætningen er i år 2007?
 b) Hvad tror du omsætningen er i år 2032?
 c) Hvilket år tror du omsætningen er 20 mio kr?

År	2000	2001	2002	2003	2004	2006
Omsætning (i mio kr)	8,0	8,5	9	9,5	10	11

OPGAVE 3

På grafen til højre er vist sammenhængen mellem prisen på benzin gennem en årrække.

- a) Hvad tror du benzinprisen er i 2015?
 b) Hvornår tror du benzinprisen er 15 kr.pr. liter



INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 3 – andengradspolynomier

OPGAVE 1 (betydningen af konstanten a)

- a) Tegn grafen for følgende funktioner i samme koordinatsystem. Tegn en ad gangen og se hvad der sker når en ny tilføjes.

$$f(x) = x^2 \quad f(x) = 1,5x^2 \quad f(x) = 2x^2 \quad f(x) = 5x^2 \quad f(x) = 0,5x^2 \quad f(x) = 0,1x^2$$

$$f(x) = -x^2 \quad f(x) = -3x^2 \quad f(x) = 1,25x^2 + 3x + 5 \quad f(x) = 1,25x^2 - 2x - 1$$

- b) Hvad kan man sige om betydningen af a 's betydning for parablens udseende?

OPGAVE 2 (betydningen af konstanten c)

- a) Tegn grafen for følgende funktioner i samme koordinatsystem. Tegn en ad gangen og se hvad der sker når en ny tilføjes.

$$f(x) = x^2 \quad f(x) = 1,5x^2 \quad f(x) = 2x^2 \quad f(x) = 5x^2 \quad f(x) = 0,5x^2 \quad f(x) = 0,1x^2$$

$$f(x) = -x^2 \quad f(x) = -3x^2 \quad f(x) = 1,25x^2 + 3x + 5 \quad f(x) = 1,25x^2 - 2x - 1$$

- b) Hvad kan man sige om betydningen af a 's betydning for parablens udseende?

OPGAVE 3 (betydningen af konstanten b)

- a) Tegn grafen for funktionen $f(x) = x^2 + b \cdot x + 3$ for fem forskellige værdier af b .
b) Kan man sige noget om konstanten b 's betydning for parablens udseende

OPGAVE 4

- a) Beregn diskriminanten for følgende funktioner

$$f(x) = x^2 + 4x - 3 \quad g(x) = -x^2 + 5x - 8 \quad h(x) = 2x^2 + 6x + 4,5$$

$$p(x) = -x^2 + 5x - 2 \quad m(x) = 5x^2 + x - 7 \quad k(x) = -2x^2 + 4x - 10$$

- b) Tegn grafen for funktionerne ovenfor.
c) Er der mon en sammenhæng mellem diskriminanten og grafen?

OPGAVE 5

- a) Kan du finde et andetgradspolynomium, så a er positiv og så grafen aldrig skærer x-aksen?
b) Kan du finde et andetgradspolynomium, så toppunktet ligger på y-aksen?

OPGAVER TIL KAPITEL 3– polynomier af højere grad

OPGAVE 1

Tegn graferne for følgende funktioner i hvert sit koordinatsystem

OPGAVE 2

- a) Tæl antallet af nulpunkter og antallet af ekstrema for funktionerne i opgave 1.
- b) Kan du se en sammenhæng mellem polynomiets grad og svaret på a) ?

OPGAVE 3

Prøv dig frem i et matematikprogram og tegn grafen for forskellige polynomier for at svare på følgende:

- a) Kan du tegne grafen for et 3. gradspolynomium, så der er to ekstrema og et nulpunkt?
- b) Kan du tegne grafen for et 3. gradspolynomium, så der er ikke er ekstrema men et nulpunkt?
- c) Kan du tegne grafen for et 4. gradspolynomium, så der er tre ekstrema og ingen nulpunkter?
- d) Kan du tegne grafen for et 5. gradspolynomium, så der er et ekstrema og tre nulpunkter?

INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 4– omvendte funktioner

OPGAVE 1

For en vare en sammenhængen mellem varens salgspris $P(x)$ (i kr.) og den solgte mængde x (i tons) givet ved funktionen

$$P(x) = -2,5x + 280$$

- Hvad er prisen hvis den solgte mængde er 10 tons?
- Hvad er prisen hvis den solgte mængde er 17,5 tons?
- Hvad er den solgte mængde hvis prisen er 100 kr?
- Hvad er den solgte mængde hvis prisen er 142 kr?

OPGAVE 2

Tegn grafen fra opgave 1 i et matematikprogram og kontroller svarene ved aflæsning

OPGAVE 3

Funktionen P i opgave 1 findes prisen når man kender mængden. Kan man ud fra svarene til c) og d) finde en funktion, der finder mængden som funktion er prisen?

OPGAVE 4

I denne opgave skal alle grafer tegnes i et koordinatsystem hvor både x-aksen og y-aksen er vist fra 0 til 6 (et kvadratisk koordinatsystem)

- Tegn graferne for $f(x) = x^2$ og $f(x) = \sqrt{x}$ i samme koordinatsystem
- Tegn graferne for $f(x) = 2x - 6$ og $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$ i samme koordinatsystem
- Hvad er sammenhængen mellem f og g i spørgsmål b)
- Hvad kan man tilsyneladende konkludere ud fra svarene på a) – c)

INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 6 – eksponentielle funktioner

OPGAVE 1

Tegn graferne for følgende funktioner i samme koordinatsystem. Tilføj graferne en ad gangen, så du kan følge med i hvilken forskrift, der hører til hvilken graf.

$$f(x) = 4 \cdot 1,05^x \quad f(x) = 4 \cdot 1,12^x \quad f(x) = 4 \cdot 1,25^x \quad f(x) = 4 \cdot 1,68^x$$

Hvad kan man sige om betydningen af konstanten a ?

OPGAVE 2

Tegn graferne for følgende funktioner i samme koordinatsystem. Tilføj graferne en ad gangen, så du kan følge med i hvilken forskrift, der hører til hvilken graf.

$$f(x) = 4 \cdot 1,05^x \quad f(x) = 2 \cdot 1,05^x \quad f(x) = 6 \cdot 1,05^x \quad f(x) = 9 \cdot 1,05^x \quad f(x) = 9 \cdot 1,24^x$$

Hvad kan man sige om betydningen af konstanten b ?

OPGAVE 3

Betragt den eksponentielle funktion $f(x) = 8 \cdot 1,03^x$

Udfyld skemaet ved at beregne funktionsværdierne. Jeg har udfyldt første søjle

$f(0) = 8 \cdot 1,03^0 = 8$	$f(2) =$	$f(6) =$	$f(9) =$	$f(12) =$	$f(13) =$
$f(1) = 8 \cdot 1,03^1 = 8,24$	$f(3) =$	$f(7) =$	$f(10) =$	$f(13) =$	$f(14) =$
$\frac{f(1)-f(0)}{f(0)} = \frac{8,24-8}{8} = 0,03$	$\frac{f(3)-f(2)}{f(2)} =$	$\frac{f(7)-f(6)}{f(6)} =$	$\frac{f(10)-f(9)}{f(9)} =$	$\frac{f(13)-f(12)}{f(12)} =$	$\frac{f(14)-f(13)}{f(13)} =$

Kan du forklare systemet i resultaterne?

OPGAVE 4

Betragt den eksponentielle funktion $f(x) = 5 \cdot 0,93^x$

Udfyld skemaet ved at beregne funktionsværdierne.

$f(0) =$	$f(2) =$	$f(6) =$	$f(9) =$	$f(12) =$	$f(13) =$
$f(1) =$	$f(3) =$	$f(7) =$	$f(10) =$	$f(13) =$	$f(14) =$
$\frac{f(1)-f(0)}{f(0)} =$	$\frac{f(3)-f(2)}{f(2)} =$	$\frac{f(7)-f(6)}{f(6)} =$	$\frac{f(10)-f(9)}{f(9)} =$	$\frac{f(13)-f(12)}{f(12)} =$	$\frac{f(14)-f(13)}{f(13)} =$

Kan du forklare systemet i resultaterne?

OPGAVER TIL KAPITEL 6 – fordoblingskonstanter

OPGAVE 1

Betragt funktionen $f(x) = 8 \cdot 1,25992^x$ og udfyld skemaet her:

(det er vigtigt at have decimalerne i forskriften, men afrund bare til 2 decimaler i tabellen)

x	0	3	6	9	12	15
f(x)						

Kan du se et mønster?

OPGAVE 2

Udfyld nu et skema for funktionen $f(x) = 5 \cdot 1,5874^x$

x	1,5	3	4,5	6
f(x)				

Kan du se et tilsvarende mønster her?

Prøv at finde frem til funktionsværdien $f(9)$ uden at sætte $x = 9$ ind i forskriften.

OPGAVE 3

Nu prøver vi med funktionen $f(x) = 4 \cdot 1,5034^x$

x	5,1	6,8	8,5	10,2
f(x)				

Hvad er systemet?

Hvilken x -værdi giver $f(x) = 512$? (prøv at finde svaret uden at løse ligningen $f(x) = 512$)

OPGAVE 4

Kan man formulere resultatet i opgave 1 – 3 til en samlet konklusion?

OPGAVE 5

Betragt funktionen $f(x) = 30 \cdot 1,16653^x$.

- Gør rede for at grafen går igennem punkterne (0, 30) og (9, 120)
- Tegn grafen i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem.
- Forklar ved hjælp af grafen de egenskaber du har set i opgave 1 – 3
- Hvilken tilsvarende tabel kunne man stille op for funktionen i denne opgave?

OPGAVE 6

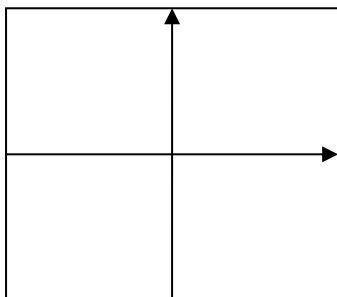
Hvad kan man sige om funktionen $f(x) = 550 \cdot 0,70711^x$? (prøv dig frem)

INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 7 – potensfunktioner

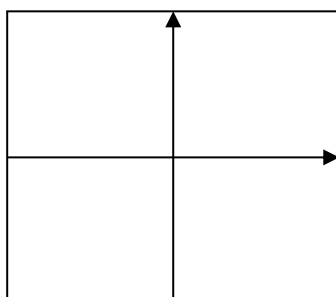
OPGAVE 1

Tegn grafen for følgende funktioner og skitser dem her: vælg både x og y i intervallet [-6 ; 6]

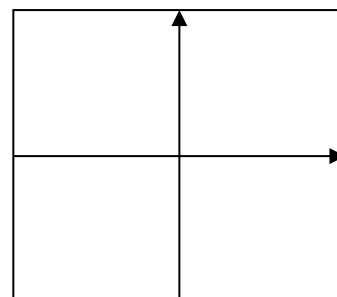
$f(x) = x^2$



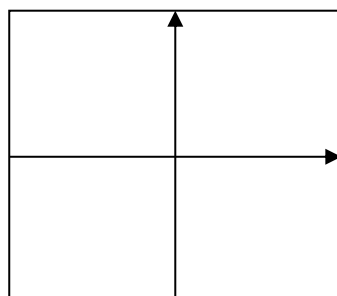
$f(x) = x^{-1}$



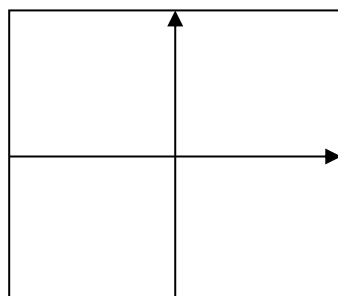
$f(x) = x^{0,5}$



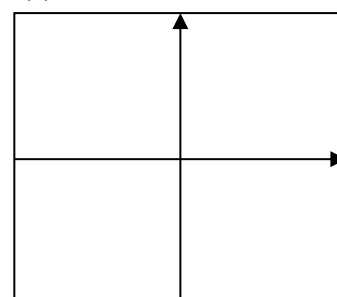
$f(x) = x^3$



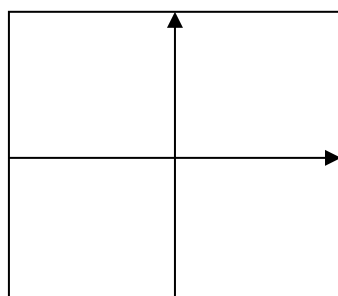
$f(x) = x^{1,31}$



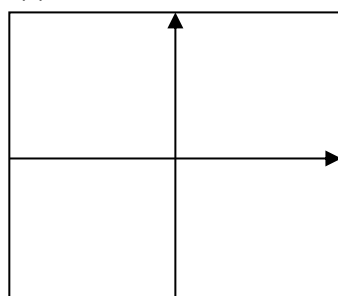
$f(x) = x^{-1,55}$



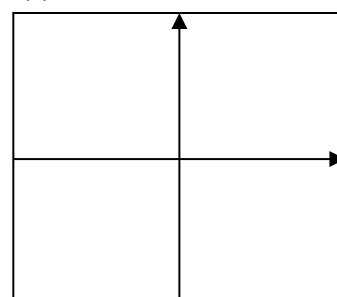
$f(x) = x^{0,71}$



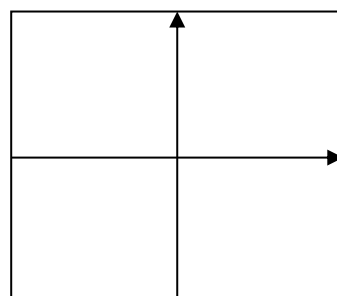
$f(x) = 3x^{-2}$



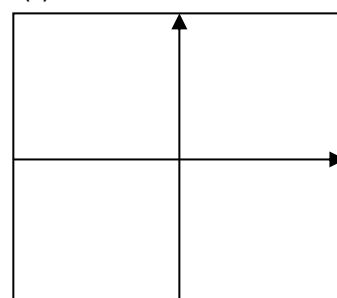
$f(x) = x^4$



$f(x) = 3 \cdot x^{-0,75}$



$f(x) = x^{-3}$



OPGAVE 2

Kan man sige noget fælles om alle graferne?

OPGAVE 3

Hvad kan man sige om $D_m(f)$ og $V_m(f)$?

OPGAVE 4

Tegn alle ovenstående grafer i et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem (i matematikprogram).
Hvad sker der?

INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 9 – Rente- og anuitetsregning

OPGAVE 1

Kurt sætter 1000 kr. ind på en konto, der 12% i rente om året.

Grete sætter 1000 kr ind på en konto, der giver 1% i rente om måneden

- a) Hvilken konto tror du er bedst? (begrund svaret)
- b) Beregn hvad Kurt og Grete har på kontoen efter et år (12 måneder)?
- c) Forklar resultatet på b)

OPGAVE 2

Gå på nettet og find ud af hvad et almindeligt hus i din by cirka koster.

Kig på huse på ca. 160 m².

Hvis man låner pengene til huset i banken over et 30-årigt lån, hvad tror du så man kommer til at betale i renteomkostninger for hele lånet?

(skriv beløbet ned – vi skal senere regne på det)

OPGAVE 3

Hvad tror du man skal betale om måneden for at låne til huset i opgave 2?

Gå på nettet og find et hus i den rette prisklasse og find den månedlige ydelse på lånet.

Er det overraskende?

Ved den månedlige ydelse står der oftest 'brutto' og 'netto'. Hvad betyder det mon?

INDLEDENDE OPGAVER TIL KAPITEL 10 – beskrivende statistik

OPGAVE 1

Nedenfor er vist en opgørelse over to skolars eksamenskarakterer til matematik på hhx

Skole A

Karakter	-3	00	02	4	7	10	12
antal	5	15	20	55	61	33	20

Skole B

Karakter	-3	00	02	4	7	10	12
antal	1	4	10	22	24	21	3

- Når man umiddelbart kigger på tallene – hvilken skole ser så ud til at have klaret sig bedst?
- Hvad er de vigtigste sammenligningspunkter for de to skoler?
- Hvad ville du beregne hvis de skulle analysere tallene nærmere?
- Hvilken slags diagram ville du lave for at præsentere de to skolars resultater ?
(et diagram der skulle vises i stedet for tabellerne)

Begrund valget af diagram

- Kan du beregne karaktergennemsnittet for de to skoler?