Andengradsligningen

På side 36 i bogen for C-niveau kan du læse at andengradsligninger har enten 0, 1 eller 2 løsninger. Vi ser her lidt nærmere på løsningsmetoden for andengradsligninger. Ligningen

$$2x^2 - 4x - 16 = 0$$

er et eksempel på en andengradsligning der har to løsninger. Man kan se at $x = 4$ er en løsning til ligningen fordi

$$2\,(4)^2 - 4\,(4) - 16 = 0.$$

Ligeledes er $x = -2$ er en løsning til ligningen fordi

$$2\,(-2)^2 - 4\,(-2) - 16 = 0.$$

Ligningen er et eksempel på en andengradsligning fordi den ubekendte, x, kun optræder i anden potens og lavere. Vi vil her angive en generel metode til løsning af andengradsligninger.

Løsning af en andengradsligning

Enhver andengradsligning kan skrives på formen:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Værdierne a, b og c er konstanter, og vi kræver at $a \neq 0$, da der ellers ikke er tale om en andengradsligning. Det viser sig at udtrykket

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

afgør om en andengradsligning overhovedet har løsninger. Denne størrelse kaldes *diskriminanten* og den betegnes med d. Løsningsproceduren er som følger:

1. Diskriminanten udregnes
$$d = b^2 - 4 \cdot a \cdot c.$$
2. Der er *tre* muligheder:
   (a) Hvis $d < 0$ har ligningen *ingen* løsning
   (b) Hvis $d = 0$ har ligningen kun løsningen
   $$x = -\frac{b}{2a}.$$
   (c) Hvis $d > 0$ har ligningen løsningerne
   $$x_1 = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a} \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}$$

Eksempel

Vi så ovenfor på andengradsligningen: $2x^2 - 4x - 16 = 0$. Vi benytter løsningsproceduren.

1. Diskriminanten udregnes til
$$d = (-4)^2 - 4 \cdot (2)\,(-16) = 16 + 128 = 144$$
2. Da $d > 0$, har ligningen således de *to* løsninger:
$$x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{144}}{2\,(2)} = \frac{4+12}{4} = 4$$
$$x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{144}}{2 \cdot 2} = \frac{4-12}{4} = -2.$$
Man kan eventuelt *kontrollere* sine beregninger ved at indsætte løsningerne i andengradsligningen som det er vist i starten af teksten.